

Baccalauréat STT ACC - ACA Pondichéry
Avril 2006 - CORRIGE

Exercice 1

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2006
Rang	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'Affaires (millions d'€)	3.12	3.23	3.65	4.28	4.54	4.76

1. Le choix des unités est à respecter ici (ne pas faire comme moi sur la figure page suivante...)
La graduation de l'axe des ordonnées commence à 3 millions d'€ et elle est en centaine de milliers d'€.

CA (millions d'€)	3.12	3.23	3.65	4.28	4.54	4.76
CA - 3 (millions d'€)	0.12	0.23	0.65	1.28	1.54	1.76
Représentation en cm	1.2	2.3	6.5	12.8	15.4	17.6

2. Le point moyen G a pour coordonnées la moyenne des coordonnées des points du nuage, soit ici G(3.5 ; 3.93).
3. Considérons la droite D : $y = 0,4x + 2.53$ comme droite d'ajustement du nuage.

a. Le point G est sur la droite puisque ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

En effet : $0.4 \times x_G + 2.53 = 0.4 \times 3.5 + 2.53 = 3.93 = y_G$.

b. Pour tracer une droite, il suffit de 2 points. Nous avons déjà G.

Pour $x = 0$, $y = 2.53$ donc la droite passe aussi par le point de coordonnées (0 ; 2.53).

4. Sans précision de l'énoncé, nous pouvons faire une estimation graphique ou par le calcul (voir le graphique). Celle par le calcul étant plus précise, nous la choisissons :
2006 correspond au rang $x = 7$ et on a $y = 0.4 \times 7 + 2.53 = 5.33$ soit un chiffre d'affaires de 5.33 millions en 2006.
2007 correspond au rang $x = 8$ et on a $y = 0.4 \times 8 + 2.53 = 5.73$ soit un chiffre d'affaires de 5.73 millions en 2006.
Remarque : on vérifie que ces valeurs sont cohérentes avec les lectures graphiques.

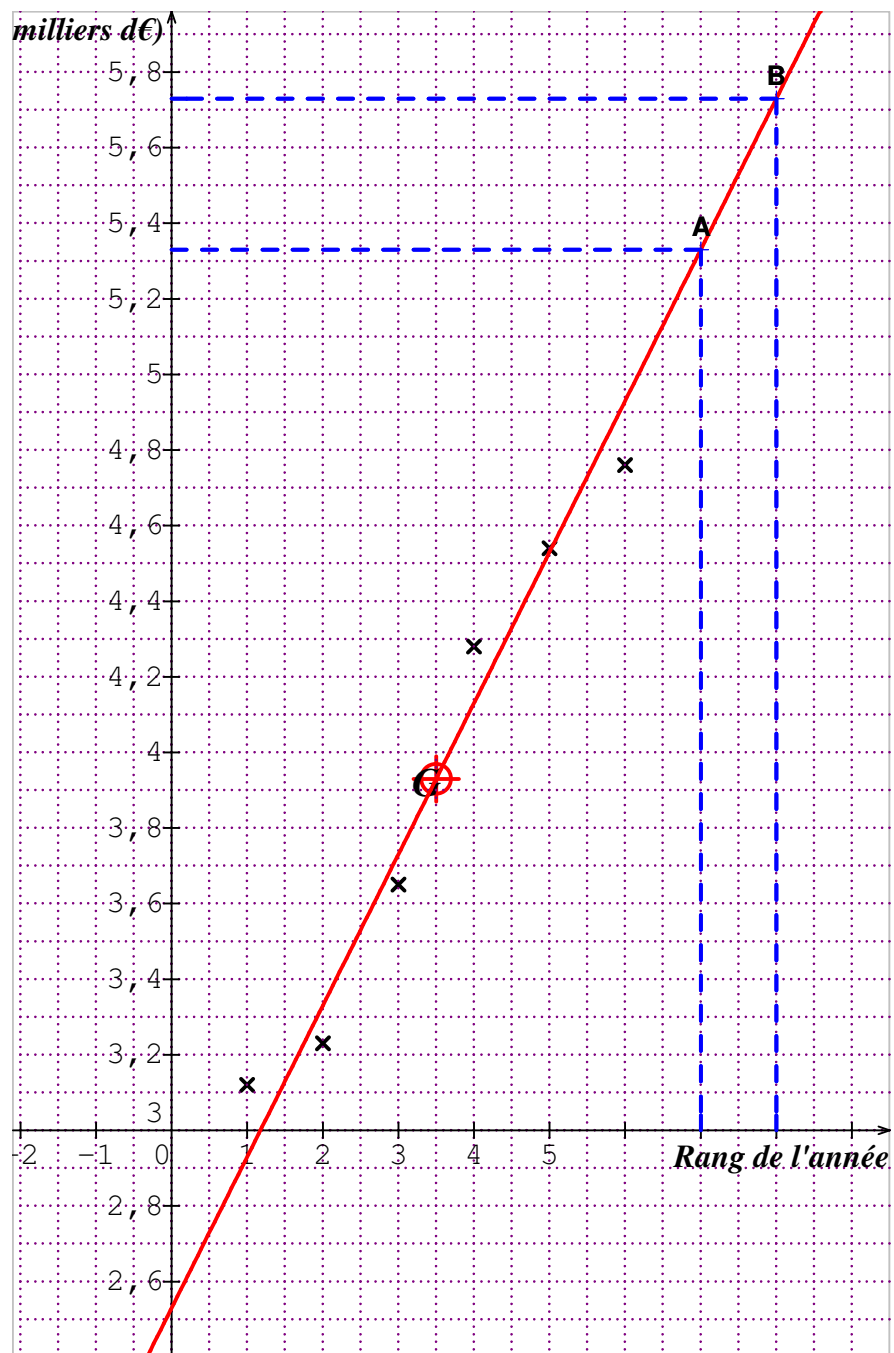
5. En 2000, le chiffre d'affaires de la société F est de 3.12 millions. On suppose qu'elle augmente chaque année de 9.1%.

a. Notons u_n le chiffre d'affaires de l'année 2000 + n : comme une augmentation de 9.1% revient à faire une multiplication par $1 + 9.1\% = 1.091$, par passer d'un rang au rang suivant on multiplie par 1.091.

La suite u_n est donc géométrique de raison 1.091 et de premier terme $u_0 = 3.12$.

D'après le cours, on a $u_n = u_0 \times q^n = 3.12 \times 1.091^n$.

b. En 2006, $u_6 = 3.12 \times 1.091^6 \approx 5.26$, soit un chiffre d'affaire d'environ 5.26 millions d'€ et en 2007 on a $u_7 = 3.12 \times 1.091^7 \approx 5.74$ soit un chiffre d'affaire d'environ 5.74 millions d'€.



Problème

On note x le nombre de meubles fabriqués, x étant un nombre entier compris entre 0 et 60.

Le coût total de production de ces x meubles, exprimé en euros, est donné par :

$$C(x) = x^2 + 50x + 900.$$

Partie A

1) $C(0) = 900$: les frais fixes étant les coûts de production pour 0 unité produite, on en déduit qu'elles sont de 900€.

2) $C(30) = 30^2 + 50 \times 30 + 900 = 3300$ donc le coût de production de 30 meubles est de 3300€.

3) Pour une production de 30 meubles, le coût unitaire de production est donné par $\frac{C(30)}{30} = \frac{3300}{30} = 110$ soit 110€.

4) Pour une production de x meubles, le coût unitaire de production est donné par

$$f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{x^2 + 50x + 900}{x} = x + 50 + \frac{900}{x}.$$

Partie B : Recherche d'un prix de vente

Remarquez que, comme par hasard, la fonction f étudiée est celle qu'on a trouvée précédemment. Cela vous permet de constater des erreurs éventuelles...

1) A. Comme $\left(\frac{900}{x}\right)' = -\frac{900}{x^2}$, on trouve que $f'(x) = 1 - \frac{900}{x^2}$.

B. Développons le membre de droite de l'expression donnée : $\frac{(x-30)(x+30)}{x^2} = \frac{x^2 - 900}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} - \frac{900}{x^2} = 1 - \frac{900}{x^2}$.

On retrouve bien l'expression de $f'(x)$ donc on a $f'(x) = \frac{(x-30)(x+30)}{x^2}$.

2) Attention, nous travaillons sur l'intervalle $I = [7 ; 60]$.

- $x - 30 = 0$ quand $x = 30$: on placera donc 30 sur la première ligne.
- $x + 30 = 0$ quand $x = -30$ qui est hors de I . On ne place donc pas -30 et on remarque que sur I , $x + 30 > 0$.
- x^2 est un carré donc toujours positif.

x	7	30	60
$x-30$	-	0	+
$x+30$	+		+
x^2	+		+
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	185.6	110	125

- 3) A l'aide de a calculatrice (tableau de valeurs), on complète le tableau suivant. Sans consignes de l'énoncé, nous choisissons d'arrondir les valeurs au dixième.

x	7	10	15	20	25	30	40	50	60
$f(x)$	185.6	150	125	115	111	110	112.5	118	125

- 4) Pour tracer la représentation graphique C de la fonction f (respecter les consignes d'unités – *je l'ai pas fait sur ce graphique*), on place les points de la courbe à l'aide du tableau de valeurs précédent, et on les relie de manière régulière (mais pas suivant des segments de droite). *On vérifie que ce tracé est compatible avec le tableau de variations de f .*

→ Voir le tracé en dernière feuille.

Partie C

- 1) On constate à l'aide du tableau de variations (plus précis que le graphique) que le coût unitaire minimal est obtenu pour 30 meubles fabriqués : ce coût est alors de 110€..
- 2) Chaque meuble est vendu 115€.
- a) La droite $D : y = 115$, il suffit de remarquer est une droite horizontale.
→ Voir le tracé en dernière feuille.
- b) On lit graphiquement (20 ; 115) et (45 ; 115).
- c) Pour réaliser des bénéfices, il faut que le coût unitaire de production f soit inférieur au prix de vente 115.
Il suffit graphiquement de lire les abscisses des points de C qui sont sous D .
On lit que la production doit se située entre 20 et 45 meubles.
- 3) Vu qu'un meuble est vendu 115€, la recette obtenue par la vente de x meubles est de $R(x) = 115x$.
- a) Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût :

$$B(x) = R(x) - C(x) = 115x - (x^2 + 50x + 900) = -x^2 + 65x - 900.$$
- b) On en déduit que $B(20) = \dots = 0$: cela correspond au 2.c, 20 étant la production à partir de laquelle on réalise du bénéfice.
 $B(45) = \dots = 0$: cela correspond au 2.c, 45 étant la production jusqu'à laquelle on réalise du bénéfice.
 $B(30) = \dots = 150$: *en effet, graphiquement on observe que l'écart entre les deux courbes, pour $x = 30$, est de 5€.* Comme cela représente un bénéfice unitaire, on a, pour 30 meubles fabriqués $30 \times 5 = 150$ € de bénéfice.

