

**STG Mercatique – Comptabilité Finance**  
**Antilles Guyane 2007 - CORRIGE**

**Exercice 1**

Voici l'évolution du C.A. (y) en milliers d'euros :

Année	2001	2002	2003	2004	2005
Rang ( $x_i$ )	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires ( $y_i$ )	340	341	343	341	344

- 1.** Les coordonnées du point moyen  $G(\bar{x}, \bar{y})$  sont :  $\bar{x} = \frac{1+2+\dots+5}{5} = 3$  et  $\bar{y} = \frac{340+341+\dots+344}{5} = 341.8$  : **réponse c.**
- 2.** A l'aide de la calculatrice, la droite de régression a pour équation :  $y = 0.8x + 339.4$  : **réponse a.**
- 3.** 2006 correspond au rang  $x = 6$ . En milliers d'euros, le CA est donc d'environ :  $y = 0.8 \times 6 + 339.4 = 344.2$  : **réponse c.**

**Exercice 2**

En 2005, la population de la ville est estimée à 10000 habitants.

Partie I

- 1.** On suppose que la population augmente de 500 habitants par an et on pose  $u_n$  la population en 2005+n.
- a.** Par définition, pour passer d'un terme au suivant, on ajoute 500 : la suite  $u_n$  est donc arithmétique de raison 500, de premier terme  $u_0 = 10000$ .
- b.** D'après les résultats sur les suites arithmétiques,  $u_n = u_0 + nr$  soit ici  $u_n = 10000 + 500n$ .
- c.** Cherchons n tel que  $u_n \geq 20000 \Leftrightarrow 10000 + 500n \geq 20000 \Leftrightarrow 500n \geq 10000 \Leftrightarrow n \geq \frac{10000}{500} = 20$  : donc c'est à partir de l'année 2025 que la population a plus que doublé par rapport à son premier terme.
- 2.** Supposons maintenant que la population augmente de 4.7% par an.
- a.** Pour augmenter un nombre de 4.7% on le multiplie par 1.047 :  
 en 2006 : il y a  $10000 \times 1.047 = 10470$  habitants.  
 en 2007 : il y a  $10470 \times 1.047 \approx 10962$  habitants environ.
- b.** Notons  $v_n$  la population en 2005+n : pour passer d'un terme au suivant, on augmente de 4.7% donc on multiplie par 1.047. La suite est donc géométrique, de raison 1.047 et de premier terme  $v_0 = 10000$ .  
 D'après le cours,  $v_n = u_0 q^n$  soit ici  $v_n = 10000 \times 1.047^n$ .
- c.** En 2020, soit pour  $n = 15$ , la population est estimée à  $v_{15} = 10000 \times 1.047^{15} \approx 19916$  habitants.

**d.** La population double quand elle atteint les 20000 habitants. Selon le modèle précédent, en 15 ans, la population atteint 19916 habitants environ.  
L'estimation des experts est donc valable.

## Partie II

- 1.** En cellule B3, la formule à rentrer est la suivante : « =B2 +500 ».
- 2.** En cellule C3, la formule à rentrer est la suivante : « =C2 \* 1.047 ».
- 3.** Le résultat affiché en B8 sera  $u_8$ , cad 14000.

### Exercice 3

**1.** Lisons les hypothèses données au fur et à mesure :

- « 130 élèves en stg » : en bas à droite, total = 130.
- « 50% sont en Mercatique » :  $130 \times 50\% = 65$  donc 65 élèves dans le total des mercatiques.
- « 45 d'entre eux sont des garçons » : donc 45 garçons en mercatique et  $65 - 45 = 20$  filles.
- « 30 élèves en CFE » : donc total CFE = 30.  
Donc total GRH =  $130 - 30 - 65 = 35$ .
- « en CFE, autant de garçons que de filles » : or  $\frac{30}{2} = 15$ , donc 15 filles et 15 garçons.
- « en GRH, 6 fois plus de filles que de garçons » : soit  $x$  le nombre de garçons. Il y a donc  $6x$  filles et donc au total des GRH :  $6x + x = 35$  donc  $7x = 35$  soit  $x = 5$  : il y a donc 5 garçons et 30 filles.

	GRH	M	CFE	Total
Filles	30	20	15	65
Garçons	5	45	15	65
Total	35	65	30	130

**2. a.**  $p(M) = \frac{\text{nbre Mercat}}{\text{total}} = \frac{65}{130} = \frac{1}{2}$ ,  $p(H) = \frac{\text{nbre GRH}}{\text{total}} = \frac{35}{130} = \frac{7}{26}$ .

**b.**  $M \cap F$  est l'évènement « l'élève choisi est une fille de Mercatique ».

Il y en a 20 donc  $p(M \cap F) = \frac{20}{130} = \frac{2}{13}$ .

**c.** D'après le cours,  $p_M(F) = \frac{p(M \cap F)}{p(M)} = \frac{\frac{2}{13}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{13}$  : parmi les élèves de Mercatique, la probabilité de choisir une fille est de  $\frac{4}{13}$ .

## Exercice 4

### Partie I

1. a. On lit  $f(0) = -2$ .

Rappelons que par définition,  $f'(a)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse  $a$ .

Ici, la tangente au point d'abscisse  $-\ln(2)$  est par hypothèse parallèle à l'axe des abscisses, donc de coefficient directeur nul :  $f'(-\ln 2) = 0$ .

- b. La courbe intercepte deux fois l'axe des abscisses, l'équation  $f(x) = 0$  admet donc deux solutions.

- c. Graphiquement,  $f'(x) < 0$  quand la courbe est décroissante donc  $S = [-2; -\ln 2[$ .

### Partie II

On admet ici que  $f(x) = 2x - 3 + e^{-x}$ .

1. Puisque  $(e^{-x})' = -e^{-x}$ , on a  $f'(x) = 2 - e^{-x}$ .

2. a. Par conséquent,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow 2 = e^{-x} \Leftrightarrow \ln 2 = \ln(e^{-x}) \Leftrightarrow \ln 2 = -x \Leftrightarrow x = -\ln 2$ , ce qui est cohérent avec le graphique puisque c'est seulement au point d'abscisse  $-\ln 2$  qu'il y a une tangente horizontale.

- b. On a  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2 - e^{-x} < 0 \Leftrightarrow 2 < e^{-x} \Leftrightarrow \ln 2 < \ln(e^{-x}) \Leftrightarrow \ln 2 < -x \Leftrightarrow x < -\ln 2$  qui est cohérent avec le Ic. De même,  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 - e^{-x} > 0 \Leftrightarrow 2 > e^{-x} \Leftrightarrow \ln 2 > \ln(e^{-x}) \Leftrightarrow \ln 2 > -x \Leftrightarrow x > -\ln 2$ .

- c. On en déduit le signe de la dérivée donc les variations de la fonction :

x	-2	$-\ln(2)$	5
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$e^{2-7}$	$-1-2\ln(2)$	$7+e^{-5}$

3. a. On a  $f(x) > 2x - 3 \Leftrightarrow 2x - 3 + e^{-x} > 2x - 3 \Leftrightarrow e^{-x} > 0$  : or une exponentielle est toujours positive donc cette inéquation est toujours vraie. Ainsi,  $f(x) > 2x - 3$  pour tout  $x$  de  $[-2; 5]$ .

- b. Résoudre l'inéquation  $f(x) > 2x - 3$  revient à étudier les positions des courbes C et D : par conséquent, la courbe C est toujours strictement au dessus de la droite D.