

Exercice 1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points A (2 ; 1 ; 3), B(-3;-1;7) et C(3;2;4).

- Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- Soit (d) la droite de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 - Montrer que la droite (d) est orthogonale au plan (ABC).
 - Donner une équation cartésienne du plan (ABC).
- Soit H le point commun à la droite (d) et au plan (ABC).
 - Montrer que H est le barycentre de (A ; -2), (B ; -1) et (C ; 2).
 - Déterminer la nature de l'ensemble Γ_1 , des points M de l'espace tels que $(-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC})(\vec{MB} - \vec{MC}) = 0$. En préciser les éléments caractéristiques.
 - Déterminer la nature de l'ensemble Γ_2 des points M de l'espace tels que $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$. En préciser les éléments caractéristiques.
 - Préciser la nature et donner les éléments caractéristiques de l'intersection des ensembles Γ_1 et Γ_2 .
 - Le point S (-8 ; 1 ; 3) appartient-il à l'intersection des ensembles Γ_1 et Γ_2 ?

Exercice 2

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ Étant un repère orthonormé direct, On donne dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{u} \wedge \vec{v}$, $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w}$ et $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})$.
- Que peut on conclure ?
- On donne les points A(1,2,3) ; B(0,-1,1) et C(2,0,-1). Trouver l'aire du triangle ABC.

Exercice 3

- L'espace est rapporté à un repère ortho normal de sens direct $(O, \vec{OI}, \vec{OJ}, \vec{OK})$.
On considère le cube de sommets O, I, R, J, N, K, L, M. On note A le milieu de [I L] et B le point défini par : $\vec{KB} = \frac{2}{3}\vec{KN}$. On appelle (P) le plan passant par les points O, A et B.
 - Déterminez les coordonnées des points A et B.
 - Déterminez les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \vec{OA} \wedge \vec{OB}$.
 - Montrez alors que l'aire du triangle OAB est : $\frac{\sqrt{14}}{6}$. Le point C $\left(1, \frac{1}{3}, 1\right)$ appartient-il à (P) ? Justifiez votre réponse.
- On considère le tétraèdre OABK.
 - Montrez que le volume de ce tétraèdre est : $\frac{1}{9}$.
 - Calculez alors la distance du point K au plan (P).

Exercice 4

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points A(1,1,1), B(-1,2,-1), C(2,3,5) et D(1,0,-1).

- Montrer que les points A, B, C et D sont non coplanaires.
- Trouver une équation du plan (ABC).
- Trouver la distance du point D au plan (ABC).
- Calculer l'aire du triangle ABC.
- Calculer le volume du parallélépipède $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$

