Test 02 – Les suites
Terminale STG CF

1 heure – calculatrice autorisée – Barême donné à titre indicatif
Rédaction et présentation rentreront en compte dans la notation de la copie.

Exercice I (4 points)

1. Pour passer d'un terme d'une suite au suivant on divise toujours par 3. Quelle est la nature de la suite ? Sa raison ?
2. On considère une suite géométrique de raison 0.9 et de premier terme $u_0 = 10$.
Déterminer $u_0 + u_1 + ... + u_{15}$, à 0,01 près.
3. Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 14$ et $u_{12} = -10$. Quelle est sa raison ?
Déteminer alors u_n en fonction de n.
4. Une suite géométrique vérifie $u_1 = 1000$ et $u_{12} = 1900$. Quelle est sa raison au dixième près ?

Exercice II (6 points)

Un bien électroménager a un prix initial de $u_0 = 1500€$. Il perd chaque année 2% de sa valeur.
Les prix seront arrondis à l'unité et les taux à 0,01 % près.

1. Quel est le prix u_{10} du bien au bout de 10 ans ?
2a. Quel est le taux d'évolution global sur ces 10 ans ?
2b. Déterminer le taux équivalent mensuel ainsi que la valeur du bien bout de 20 mois ?
3. Quel aurait dû être le prix initial du bien pour qu'au bout de 10 ans cet objet coûte 2000€ (avec le même taux de 2%)?

Exercice III (10 points)

Disposant d'un capital de 10 000 € en 2009, un investisseur étudie les offres de deux banques différentes.
> La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3.5%
> La banque C propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 2%. Les intérêts obtenus sont alors augmentés d'une prime annuelle de 170€ intégrée au capital.

1. On étudie l'offre de la banque B. On note b_n le capital (en euros) de l'investisseur à l'année 2009+n.
1a. Déterminer la nature de la suite b_n, en précisant sa raison.
1b. Exprimer b_n en fonction de n.
1c. Déterminer le capital obtenu en 2020 si l'investisseur choisit la banque B.
1d. En quelle année son capital initial doublerait si l'investisseur choisi la banque B ?

2. On étudie l'offre de la banque C. On note c_n le capital (en euros) de l'investisseur à l'année 2009+n.
2a. Calculer c_2.
2b. Justifier que $c_{n+1} = 1.02c_n + 170$.
2c. Déterminer le capital obtenu en 2020 si l'investisseur choisit la banque C.

Test 02 – Les suites
Correction

Exercice I (4 points)

1. Pour passer d'un terme d'une suite au suivant on divise toujours par 3 cad qu'on multiplie par $\frac{1}{3}$. La suite est donc géométrique de raison $\frac{1}{3}$.

2. On a $u_0+u_1+...+u_{15}=u_0\frac{1-q^{16}}{1-q}=10\times\frac{1-0.9^{16}}{1-0.9}\simeq 81,47$, à 0,01 près.

3. On a $u_{12}=u_3+(12-3)r \Leftrightarrow -10=14+9r \Leftrightarrow r=-\frac{24}{9}=-\frac{8}{3}$. Par conséquent, $u_n=14-\frac{8}{3}(n-3)$.

4. Puisque $u_n=u_1q^{n-1}$, on a $1900=1000\times q^{11} \Leftrightarrow q^{11}=1,9 \Leftrightarrow q=1,9^{\frac{1}{11}}\simeq 1,1$.

Exercice II (6 points)

1. La baisse de 2% s'effectue en multipliant par 0,98. Si u_n désigne le prix du bien après n baisses, la suite est géométrique et on a $u_{10}=1500\times 0,98^{10}\simeq 1226$ à l'unité.
2a. Sur ces 10 ans, le taux d'évolution global est par exemple donné par $0,98^{10}-1\simeq -18,29\%$ à 0,01% près.
2b. On a une baisse de 2% dans l'année donc le taux mensuel T vérifie $(1+T)^{12}=0,98 \Leftrightarrow T=0,98^{\frac{1}{12}}-1\simeq -0,17\%$.
Par conséquent, le prix au bout de 20 mois sera d'environ $1500\times(1-0,17\%)^{20}\simeq 1450$ €.
3. Si P désigne le prix initial du bien pour qu'au bout de 10 ans cet objet coûte 2000€, P vérifie l'équation
$P\times 0,98^{10}=2000 \Leftrightarrow P=\frac{2000}{0,98^{10}}\simeq 2448$ €.

Exercice III (10 points)

1a. b_n est une suite géométrique de raison 1,035 puisque pour calculer le capital d'une année sur l'autre on mulitplie toujours par 1.035.
1b. Par conséquent, $b_n=b_0q^n=10000\times 1,035^n$.
1c. 2020 correspond à n = 11 et on a $b_{11}=10000\times 1,035^{11}\simeq 14600$ €.
1d. On cherche le plus petit n tel que $1.035^n>2$: puisque $1.035^{20}<2$ et $1.035^{21}>2$ c'est dès 2030 que le prix initial doublera (courant 2029).

2a. On a $c_0=10\,000$, $c_1=1.02\times 10000+170=10\,370$ et $c_2=1.02\times 10370+170=10\,747,4$.
2b. L'augmentation d'une année sur l'autre de 2% se traduit par une multiplication du capital par 1,02 ; comme une prime de 170€ est ajoutée chaque fin d'année, on a $c_{n+1}=1.2c_n+170$.
2c. A l'aide de la formule précédente, en calculant chacun des termes jusqu'à c_{11} (la suite n'est ni géométrique, ni arithmétique donc aucune formule connue), on trouve que $c_{11}\simeq 14502,4$ €