Lundi 22 mars 2010. **NOM :**

Mathématiques. 1S1 et 1S2.
PREMIERE PARTIE. 1 heure. A faire sur cette feuille et à rendre .
Calculatrice autorisée.

EXERCICE 1. Les propositions suivantes sont−elles vraies ou fausses ? Justifier votre réponse.

1. le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel positif.

2. si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors, $\vec{u} . \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$

3. si $\vec{u} . \vec{v} = 0$ alors $\vec{u} = \vec{o}$ ou $\vec{v} = \vec{o}$

4. pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u} . \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$

5. A est un point et $\vec{u}$ est un vecteur non nul. L'ensemble des points M du plan tels que $\vec{AM} . \vec{u} = 0$ est une droite.

6. ABC est triangle. bc sin $\hat{A}$ = ac sin $\hat{B}$ = ab sin $\hat{C}$

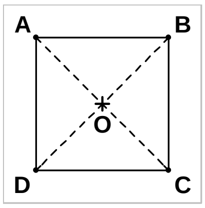
7. Si ABC est un triangle équilatéral de centre O et de côté a, alors $\vec{OB} . \vec{OC} = -a^2/6$

suite au dos →

EXERCICE 2.

Sans justification, indiquer la bonne réponse.
Une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, l'absence de réponse n'est pas comptée.

1. ABCD est un carré de centre O tel que AB = 1. $\vec{OB} \cdot \vec{OD}$ est égal à :



a. 0 b. ½ c. −1/2

2. ABCD est le carré ci−dessus. $\vec{DC} \cdot \vec{DB}$ est égal à :

a. 1 b. $\sqrt{2}$ c. 0

3. O, A, B sont trois points tels que OA = 1, OB = 2 et $(\vec{OA} ; \vec{OB}) = \pi/4$. $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ est égal à :

a. 2 b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{2}/2$

4. Dans un repère orthonormé, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives (2 ; −3) et (4 ; 5/3). $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est égal à :

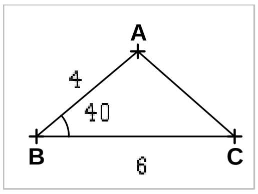
a. 0 b. 3 c. 13

5. Dire que $\vec{u}^2 = \vec{v}^2$ équivaut à dire que :

a. $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$ b. $\vec{u} = \vec{v}$ c. $\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$ sont orthogonaux.

6. ABC est un triangle tel que AB = 4, BC = 6 et $\widehat{ABC} = 40°$. La longueur AC arrondie au centième est :

a. 3,9 b. 15,23 c. 3,91



7. ABC est le triangle ci−dessus. L'arrondi au centième de son aire est :

a. 15.43 b. 8,94 c. 7,71

8. ABC est un triangle rectangle en A. H est le pied de la hauteur issue de A. BH = 1 et CH = 2. AH est égale à :

a. 2 b. $\sqrt{2}$ c. $\sqrt{2}/2$

9. ABC est un triangle tel que AB = 3, AC = 5, BC = 6. I est le milieu de [BC]. la distance AI est égale à :

a. 4 b. $2\sqrt{2}$ c. $\sqrt{26}$

10. Dans un repère orthonormé, la droite D passe par A(1 ; 1) et admet comme vecteur normal $\vec{u}$ (−2 ; 3).
Une équation de D est :

a. $-2x + 3y = 0$ b. $3x - 2y - 1 = 0$ c. $-2x + 3y - 1 = 0$

PARTIE 1.

EXERCICE 1. Les propositions suivantes sont−elles vraies ou fausses ? Justifier votre réponse

1. le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel positif.

Faux : par exemple, $(-\vec{AB}).\vec{AB} = -\vec{AB}^2 = -AB^2 < 0$

2. si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors, $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||$

Faux : voir contre−exemple du 1. $(-\vec{AB}).\vec{AB} = -\vec{AB}^2 = -AB^2 \neq AB^2$

si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors, $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de même sens

$\vec{u}.\vec{v} = -||\vec{u}|| \times ||\vec{v}||$ si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraires

3. si $\vec{u}.\vec{v} = 0$ alors $\vec{u} = \vec{o}$ ou $\vec{v} = \vec{o}$

Faux : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ peuvent être orthogonaux.

avec les vecteurs $\vec{i}\ (1 ; 0)$ et $\vec{j}\ (0 ; 1)$: $\vec{i}.\vec{j} = 0$ mais $\vec{i} \neq \vec{o}$ et $\vec{j} \neq \vec{o}$

4. pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $||\vec{u}+\vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + ||\vec{v}||^2$

Faux : $\vec{u}.\vec{v} = (1/2)(||\vec{u}+\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2)$

donc $2\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}+\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2$

d'où $||\vec{u}+\vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + ||\vec{v}||^2$

5. A est un point et $\vec{u}$ est un vecteur non nul. L'ensemble des points M du plan tels que $\vec{AM}.\vec{u} = 0$ est une droite.

Vrai : C'est la droite passant par A et admettant $\vec{u}$ comme vecteur normal.

6. ABC est triangle. bc sin $\hat{A}$ = ac sin $\hat{B}$ = ab sin $\hat{C}$

Vrai : en divisant par le produit abc, on obtient $\sin \hat{A}/a = \sin \hat{B}/b = \sin \hat{C}/c$ formule du cours …

7. Si ABC est un triangle équilatéral de centre O et de côté a, alors $\vec{OB}.\vec{OC} = -a^2/6$

Vrai : dans un triangle équilatéral de côté a, médianes, hauteurs, médiatrices et bissectrices sont confondues et ont pour longueur $a\sqrt{3}/2$

O est le point d'intersection des médianes, il est situé à 2/3 d'un sommet et 1/3 du coté opposé

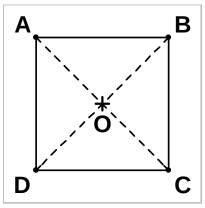
donc $OB = OC = (2/3)(a\sqrt{3}/2) = a\sqrt{3}/3$

O est le point d'intersection des bissectrices donc $(\vec{OB} ; \vec{OC}) = 2\pi/3$

on a alors $\vec{OB}.\vec{OC} = OB \times OC \times \cos(2\pi/3) = (a^2/3)(-1/2) = -a^2/6$

EXERCICE 2.

Sans justification, indiquer la bonne réponse.



1. ABCD est un carré de centre O tel que AB = 1. $\vec{OB}.\vec{OD}$ est égal à :

a. 0 **b. ½** **c. −1/2**

$\vec{OB}.\vec{OD} = -OB \times OD = -(\sqrt{2}/2)(\sqrt{2}/2) = -1/2$

2. ABCD est le carré ci−dessus. $\vec{DC}.\vec{DB}$ est égal à :

a. 1 **b. $\sqrt{2}$** **c. 0**

C est le projeté orthogonal de B sur (DC) donc $\vec{DC}.\vec{DB} = \vec{DC}.\vec{DC} = DC^2 = 1$

3. O, A, B sont trois points tels que OA = 1, OB = 2 et $(\vec{OA} ; \vec{OB}) = \pi/4$. $\vec{OA}.\vec{OB}$ est égal à :

a. 2 **b. $\sqrt{2}$** **c. $\sqrt{2}/2$**

$\vec{OA}.\vec{OB} = OA \times OB \times \cos(\pi/4) = 1 \times 2 \times \sqrt{2}/2 = \sqrt{2}$

4. Dans un repère orthonormé, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives (2 ; −3) et (4 ; 5/3). $\vec{u}.\vec{v}$ est égal à :

a. 0 **b. 3** **c. 13**

$\vec{u}.\vec{v} = (2)(4) + (-3)(5/3) = 8 - 5 = 3$

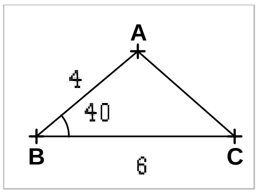
5. Dire que $\vec{u}^2 = \vec{v}^2$ équivaut à dire que :

a. $\vec{u} = \vec{v}$ **ou** $\vec{u} = -\vec{v}$ **b.** $\vec{u} = \vec{v}$ **c.** $\vec{u} + \vec{v}$ **et** $\vec{u} - \vec{v}$ **sont orthogonaux.**

$\vec{u}^2 = \vec{v}^2 \Leftrightarrow \vec{u}^2 - \vec{v}^2 = 0 \Leftrightarrow (\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \vec{u} + \vec{v} \perp \vec{u} - \vec{v}$

6. ABC est un triangle tel que AB = 4, BC = 6 et $\widehat{ABC}$ = 40°. La longueur AC arrondie au centième est :

a. 3,9 **b. 15,23** **c. 3,91**



$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times AC \times \cos 40 = 52 - 48 \cos 40 \approx 15{,}23$
et donc $AC = \sqrt{15.23}$

7. ABC est le triangle ci−dessus. L'arrondi au centième de son aire est :

a. 15.43 **b. 8,94** **c. 7,71**

aire = $(1/2) \times BA \times BC \times \sin 40 \approx 7{,}71$

8. ABC est un triangle rectangle en A. H est le pied de la hauteur issue de A. BH = 1 et CH = 2. AH est égale à :

a. 2 **b.** $\sqrt{2}$ **c.** $\sqrt{2}$ **/2**

$AH^2 = BH \times CH = 2$ donc $AH = \sqrt{2}$

9. ABC est un triangle tel que AB = 3, AC = 5, BC = 6. I est le milieu de [BC]. la distance AI est égale à :

a. 4 **b.** $2\sqrt{2}$ **c.** $\sqrt{26}$

$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + BC^2/2 \Leftrightarrow 34 = 2AI^2 + 18 \Leftrightarrow AI^2 = 8$ donc $AI = 2\sqrt{2}$

10. Dans un repère orthonormé, la droite D passe par A(1 ; 1) et admet comme vecteur normal $\vec{u}$ (−2 ; 3).
Une équation de D est :

a. $-2x + 3y = 0$ **b.** $3x - 2y - 1 = 0$ **c.** $-2x + 3y - 1 = 0$

$\vec{u}$ (−2 ; 3) est normal à D donc son équation est de la forme $-2x + 3y + c = 0$
A(1 ; 1) $\in$ D donc $c = -1$