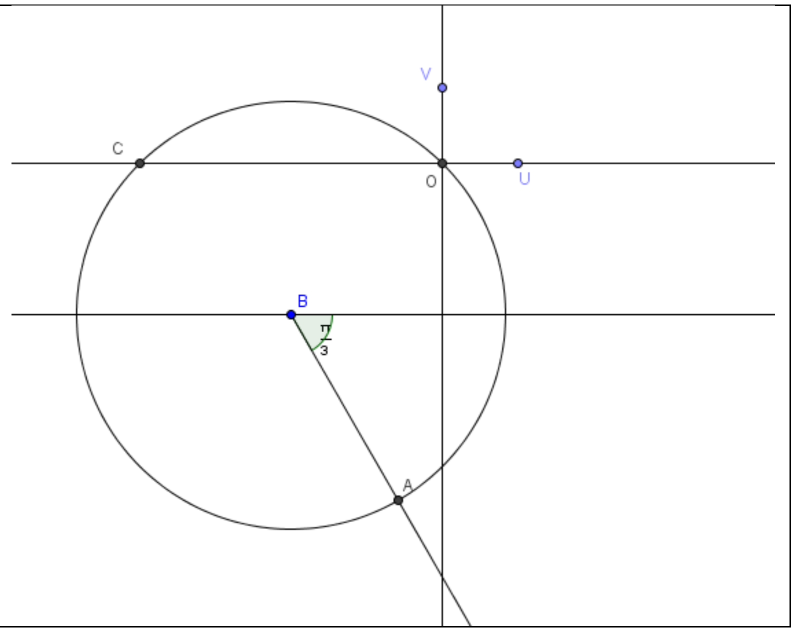
NOM : **ENONCE ET FEUILLE – REPONSE** **Respecter les consignes !**

Exercice 1 (13 pts)

Le repère (O, U, V) est orthonormé, le point B a pour coordonnées (-2 ; -2), le point A est sur le cercle Γ de centre B passant par O, et la droite (AB) fait un angle de $\frac{\pi}{3}$ radians avec la parallèle à l'axe des abscisses passant par B (comme indiqué sur le dessin). On appelle C le point d'affixe -4.



1) Ecrire l'affixe z_B de B sous forme algébrique.	
2) Ecrire l'affixe de $\overrightarrow{AB}$ sous forme polaire.	

3) Présenter un calcul (justifié) de l'affixe z_A de A et écrire z_A sous forme algébrique.

4) Un point P est tel que l'affixe $z_{\overrightarrow{AP}}$ de $\overrightarrow{AP}$ est $3\left(-\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$. Il s'agit de construire le point P « à la règle non graduée et au compas ».

a) Ecrire ce complexe $z_{\overrightarrow{AP}}$ sous forme polaire.		b) Construire le point P.

5) On admet que C est sur le cercle Γ. Soit M un point quelconque de [BC].

a) Ecrire l'affixe de M sous forme algébrique.		b) Dans le cas où M ≠ C, écrire l'affixe de $\overrightarrow{CM}$ sous forme trigonométrique.	

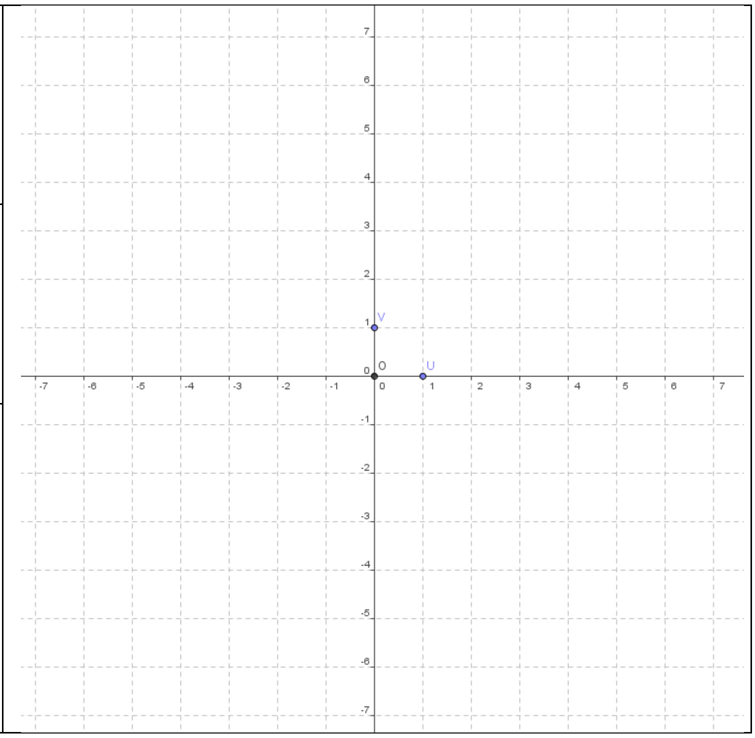
Exercice 2 (7 pts)

Soit l'équation, notée (E), $(\sqrt{2} + i\sqrt{6})z + 6 - 6i = 0$ dans **C**, où i est le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1) Résoudre (E) ci-dessous (le verso de la feuille peut être utilisé). Les solutions seront écrites sous forme algébrique.

NOM : **ENONCE ET FEUILLE – REPONSE** **Respecter les consignes !**

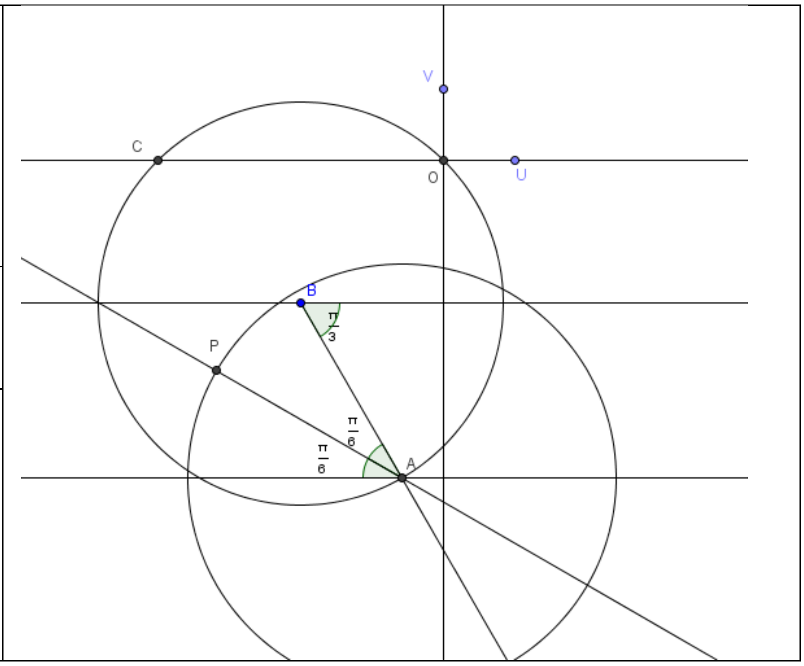
2) Ecrire chaque solution de (E) sous forme polaire. ☛	
3) Construire dans le repère orthonormé ci-contre, les points A et B d'affixes respectives -6 + 6i et $\sqrt{2} + i\sqrt{6}$, et représenter l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}\right)$.	
4) Quelle est, en radians, la mesure (exacte) principale de cet angle ? <u>Rappel :</u> la mesure principale, en radians, d'un angle orienté est la mesure appartenant à $]-\pi ; \pi]$. ☛	



Eléments pour un corrigé.

Exercice 1 (13 pts)

Le repère (O, U, V) est orthonormé, le point B a pour coordonnées (-2 ; -2), le point A est sur le cercle Γ de centre B passant par O, et la droite (AB) fait un angle de $\frac{\pi}{3}$ radians avec la parallèle à l'axe des abscisses passant par B (comme indiqué sur le dessin). On appelle C le point d'affixe -4.



1) Ecrire l'affixe z_B de B sous forme algébrique.	$z_B = -2 - 2i$
2) Ecrire l'affixe de $\overrightarrow{AB}$ sous forme polaire.	$\left[2\sqrt{2} ; \frac{2\pi}{3}\right]$

3) Présenter un calcul (justifié) de l'affixe z_A de A et écrire z_A sous forme algébrique.

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$ (définition)

↓

$z_A = z_B - z_{\overrightarrow{AB}}$ $\qquad$ $z_B = -2 - 2i$ $\qquad$ $z_{\overrightarrow{AB}} = \left[2\sqrt{2} ; \frac{2\pi}{3}\right]$

↓ th. : si $z = [r ; \theta]$ ($r > 0$ et θ réel) alors $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$z_{\overrightarrow{AB}} = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

↓

$$z_{\overrightarrow{AB}} = -\sqrt{2} + i\sqrt{6}$$

↓

$$z_A = -2 - 2i - \left(-\sqrt{2} + i\sqrt{6}\right)$$

↓

$$z_A = -2 + \sqrt{2} + i(-2 - \sqrt{6})$$

4) Un point P est tel que l'affixe $z_{\overrightarrow{AP}}$ de $\overrightarrow{AP}$ est $3\left(-\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$. Il s'agit de construire le point P « à la règle non graduée et au compas ».

a) Ecrire ce complexe $z_{\overrightarrow{AP}}$ sous forme polaire.	Par exemple : $z_{\overrightarrow{AP}} = \left[3 ; \frac{5\pi}{6}\right]$	b) Construire le point P.

5) On admet que C est sur le cercle Γ. Soit M un point quelconque de [BC].

a) Ecrire l'affixe de M sous forme algébrique.	Par exemple : $z_M = x + i(-x - 4)$ avec $-4 \leq x \leq -2$	b) Dans le cas où $M \neq C$, écrire l'affixe de $\overrightarrow{CM}$ sous forme trigonométrique.	Par exemple : $z_{\overrightarrow{CM}} = r\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$ avec $0 < r \leq 2\sqrt{2}$

Exercice 2 (7 pts)

Soit l'équation, notée (E), $(\sqrt{2} + i\sqrt{6})z + 6 - 6i = 0$ dans **C**, où i est le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1) Résoudre (E) ci-dessous (le verso de la feuille peut être utilisé). Les solutions seront écrites sous forme algébrique.

Dans **C**, $(\sqrt{2} + i\sqrt{6})z + 6 - 6i = 0$

↓↑

Eléments pour un corrigé.

$$z=\frac{-6+6i}{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}$$

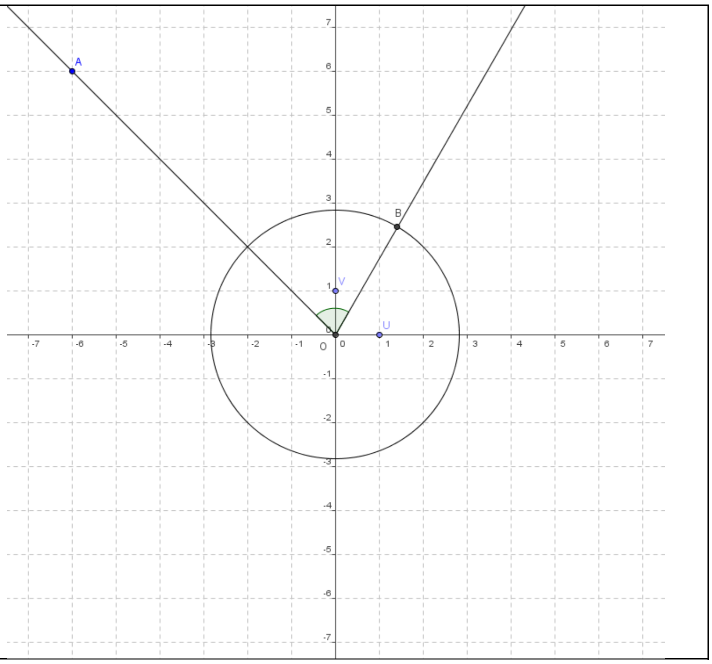
$$\Updownarrow$$

$$z=\frac{(-6+6i)\left(\sqrt{2}-i\sqrt{6}\right)}{8}=\frac{-6\sqrt{2}+6\sqrt{6}+i\left(6\sqrt{2}+6\sqrt{6}\right)}{8}$$

$$\Updownarrow$$

$$z=\frac{-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{4}+i\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{4}$$

Donc $\frac{-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{4}+i\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{4}$ est l'unique solution de (E).

2) Ecrire chaque solution de (E) sous forme polaire. ☛	$\left[3\,;\frac{5\pi}{12}\right]$	
3) Construire dans le repère orthonormé ci-contre, les points A et B d'affixes respectives -6 + 6i et √2 + i√6, et représenter l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)$. **N.B. : l'orientation de l'angle est à ajouter « à la main » « de [OA) vers [OB) ».**		
4) Quelle est, en radians, la mesure (exacte) principale de cet angle ? <u>Rappel :</u> la mesure principale, en radians, d'un angle orienté est la mesure appartenant à]-π ; π]. ☛	$-\frac{5\pi}{12}$	