

Exercice

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [4 ; 20]$ par $f(x) = (x-4)e^{-0.25x+5}$. La courbe C fournie ci-dessous représente cette fonction dans un repère orthogonal.

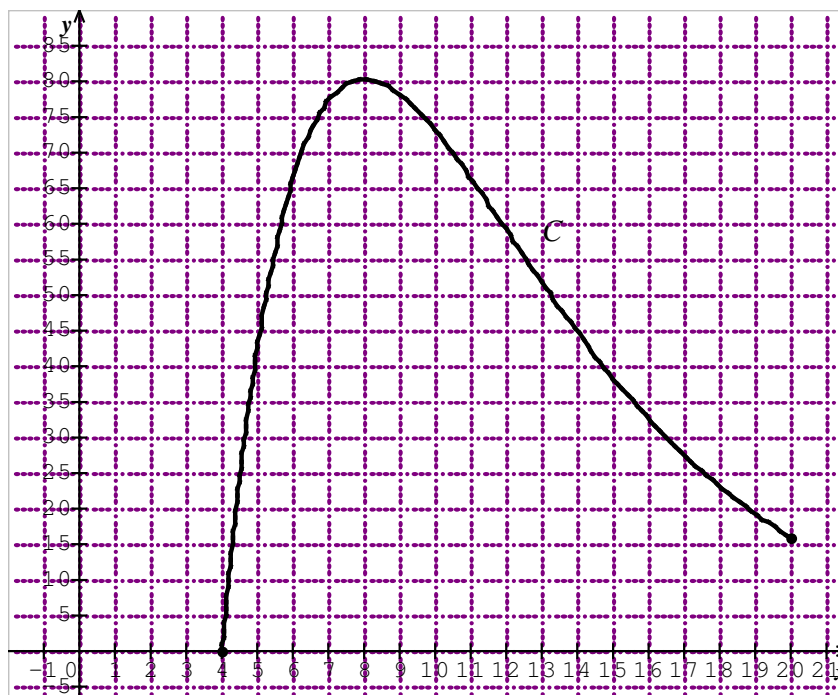
Partie A

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle I , $f'(x) = (-0.25x + 2)e^{-0.25x+5}$.
2. En déduire le sens de variation de f et dresse son tableau de variation sur I .

Partie B

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration. Le prix de revient d'une centrale est de 400€. On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est donné par $N = e^{-0.25x+5}$, où x est le prix de vente d'une centrale exprimé en centaines d'Euros.

1. Montrer que la fonction f de la partie A donne le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaines d'euros.
 2. A quel prix l'entreprise doit elle vendre une centrale pour réaliser un bénéfice maximal à l'euro près ? Quel est le bénéfice maximal à l'euro près ?
- Justifiez vos réponses et donner une interprétation graphique de ces résultats.



Exercice 03

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I = [4 ; 20]$ par $f(x) = (x-4)e^{-0.25x+5}$. La courbe C fournie ci-dessous représente cette fonction dans un repère orthogonal.

Partie A

1. Montrons que pour tout x de l'intervalle I , $f'(x) = (-0.25x + 2)e^{-0.25x+5}$.

Posons $\begin{cases} u = x-4 \\ v = e^{-0.25x+5} \end{cases}$: alors $\begin{cases} u' = 1 \\ v' = -0.25e^{-0.25x+5} \end{cases}$ donc $f'(x) = 1e^{-0.25x+5} + (x-4)(-0.25e^{-0.25x+5})$ cad
 $f'(x) = e^{-0.25x+5}(1 - 0.25(x-4)) = e^{-0.25x+5}(-0.25x + 2)$.

2. Une fonction exponentielle est toujours positive donc f' est du signe de $-0.25x + 2$:

x	4	8	20
$e^{-0.25x+5}$	+	+	—
$-0.25x+2$	+	0	-
f'	+	0	-
f	0	$4e^3$	16

Partie B

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration. Le prix de revient d'une centrale est de 400€. On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est donné par $N = e^{-0.25x+5}$, où x est le prix de vente d'une centrale exprimé en centaines d'Euros.

- Le coût unitaire d'une centrale est de 400 € et la recette unitaire est de x centaines d'euros. Ainsi, le bénéfice unitaire est de $(x-4)$ centaines d'euros. Si on multiplie par le nombre de centrales vendues, on obtient le bénéfice total : $B(x) = (x-4)e^{-0.25x+5} = f(x)$.
- A l'aide du tableau de variations précédent (ou de la courbe), pour réaliser un bénéfice maximal, l'entreprise doit vendre ses centrales 800 €. Le bénéfice maximal est alors de $4e^3$ centaines d'euros, soit environ 8000€. Graphiquement, ces deux dernières valeurs correspondent respectivement à l'abscisse et à l'ordonnée du sommet de la courbe.