

EXERCICE 1

Afin d'acquérir et d'aménager une boutique du centre ville, un investisseur décide de contracter un emprunt d'un montant de 100 000€. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, il a contacté deux banques A et B.

1. La banque A lui propose de rembourser ce prêt sur 7 ans, en 7 annuités, chacune des annuités étant un terme consécutif d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 15000$ et de raison $a = 1800$ €.
 - a. Calculer le montant des 2 versements suivants u_1 et u_2 .
 - b. Exprimer u_n en fonction de n en justifiant votre réponse.
 - c. Quelle serait la somme totale finalement remboursée si l'investisseur acceptait la proposition de la banque A ?
2. La banque B lui propose également de rembourser ce prêt sur 7 ans en 7 versements mais à des conditions différentes de celles de la banque A.
Le premier remboursement annuel, noté v_0 , serait d'un montant de 20000€ ; les remboursements suivants seraient chacun en augmentation de 2% par rapport au remboursement précédent.
 - a. Calculer v_1 , et v_2 .
 - b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n et déterminer la nature de la suite v .
 - c. Quelle serait la somme totale finalement remboursée, si l'investisseur acceptait la proposition de la banque B (arrondie à l'Euro) ?

Quelle banque offre à notre emprunteur la solution la plus avantageuse ?

EXERCICE 2

Durant l'année 2004, le nombre de familles qui ont loué un emplacement « au camping de la plage » est 500. A partir d'estimations des années précédentes, le directeur prévoit d'accueillir 20 familles de plus par an. On désigne par u_0 le nombre de familles reçues par le camping en 2004, u_1 le nombre de familles reçues par le camping en 2005, ... u_n le nombre de familles reçues par le camping en 2004+n.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et préciser la nature de la suite u_n .
3. Avec ses estimations, combien de famille le directeur devrait-il recevoir en 2011 ?
4.
 - a. En supposant que le camping ait une capacité d'accueil suffisante, en quelle année N doublera-t-il le nombre de ses locations par rapport à 2004 ?
 - b. Déterminer le nombre de familles que la camping a reçu entre l'année 2004 et l'année N.

Exercice 1 Corrigé

1. a. On a par hypothèse $u_1 = 15000 + 1800 = 16800$
 $u_2 = 16800 + 1800 = 18600$.

Les deux premiers versements sont donc respectivement de 16800€ puis 18600€.

b. Comme la suite est arithmétique de raison 1800 et de premier terme $u_0 = 15000$, on a $u_n = 15000 + 1800n$.

c. La somme totale versée S des 7 annuités est $S = u_0 + \dots + u_6 = 7 \times \frac{u_0 + u_6}{2} = 7 \times \frac{15000 + 25600}{2} = 142800$ soit 142800 €.

Le coût du crédit fait à la banque A est donc de 42800€.

2. a. On a par hypothèse $v_1 = 20000 \times 1.02 = 20400$
 $v_2 = 20400 \times 1.02 = 20808$.

b. D'après l'énoncé le versement v_{n+1} est en augmentation de 2% par rapport au versement précédent v_n : on a donc $v_{n+1} = 1.02 \times v_n$. La suite est donc géométrique de raison 1.02.

c. La somme totale versée S' des 7 annuités est donc $S' = v_0 + \dots + v_6 = 20000 \times \frac{1 - 1.02^7}{1 - 1.02} \approx 148686$ soit 148686 €. Le coût du crédit fait à la banque B est donc de 48686€.

3. Le coût du crédit lié à la banque A étant plus faible, il vaut mieux contracter le crédit à la banque A.

Exercice 2 Corrigé

1. Calculons : $u_1 = 500 + 20 = 520$ et $u_2 = 520 + 20 = 540$.

2. On a $u_{n+1} = u_n + 20$. En effet, pour passer d'une année à l'autre, on ajoute toujours 20 : cette suite est arithmétique de raison 20.

3. On a alors $u_n = u_0 + nr$ donc, comme 2011 correspond au rang $n = 7$: $u_7 = 500 + 7 \times 20 = 640$ familles en 2011.

4. a. On cherche n tel que $u_n \geq 2 \times 500 \Leftrightarrow 500 + 20n \geq 1000 \Leftrightarrow n \geq \frac{500}{20} \Leftrightarrow n \geq 25$: donc la première année où il double le nombre de ses locations est 2029.

b. Le nombre de familles que la camping a reçu entre l'année 2004 et 2029 est donnée par

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{25} = 26 \times \frac{u_0 + u_{25}}{2} = 26 \times \frac{500 + 1000}{2} = 19500 \text{ familles.}$$